

Title	ボーズ・アインシュタイン凝縮と宇宙の暗黒エネルギー &物質：宇宙のマクロ量子構造(5)場の理論および宇宙論 における量子カオス,京大基研短期研究会 量子力学とカオ ス-基礎的問題からナノサイエンスまで-,研究会報告)
Author(s)	森川, 雅博
Citation	物性研究 (2004), 82(5): 763-766
Issue Date	2004-08-20
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2433/97850">http://hdl.handle.net/2433/97850</a>
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

## ボーズ・アインシュタイン凝縮と宇宙の暗黒エネルギー&物質 — 宇宙のマクロ量子構造 —

森川雅博

〒 112-8610 東京都文京区大塚 2-1-1

引力相互作用を持つボーズ場の凝縮を考えて、宇宙の暗黒エネルギーや暗黒物質を統一的に構成するモデルを提案する。凝縮相の一樣モードは暗黒物質を構成し、それに付随した負の圧力は宇宙の加速膨張を促す。一方、凝縮相の非一樣モードはその不安定性のために急激に崩壊してボゾン星やブラックホールを作り、銀河形成の種になる。ゆっくりした凝縮と急激な崩壊は、大局的には、宇宙の歴史の中で何度も繰り返し、暗黒物質と暗黒エネルギーの割合がほぼ同じになるように自己臨界組織化が進行する。一方局所的には、崩壊と再膨張を何度も繰り返し、銀河に付随する離散的なジェットを生成する。このようにマクロな宇宙もボーズ凝縮体の波動関数によって構成されることになる。

### I. 導入

最近、WMAPによる宇宙背景輻射の揺らぎの観測 [1] や Ia 型超新星爆発のハッブル図 [2] などから、宇宙が加速膨張していることが確認されている。それを保障し、ほぼ一樣分布する何らかの物質 (= 暗黒エネルギー、DE) の存在が探求されている。一方、何十年も前から、銀河周辺やもっと大きなスケールに局在する、電磁相互作用しない何らかの物質 (= 暗黒物質、DM) が宇宙をあまねく満たしていることが知られていて、その物質探求が脈々と続いている。これら不明な物質は宇宙の総物質の 96% を占める。このような宇宙構成物の実態を知らないのに、標準  $\Lambda$ CDM 宇宙モデル [3] が現在までのさまざまな観測をほぼ整合的に説明できるのは大きな驚きである。

ここでは、宇宙の加速膨張を保障するためにどうしても必要になる負の圧力に着目しよう。負の圧力が実現される典型的な物質はスカラー場である。それが、あるボーズ場のボーズ・アインシュタイン凝縮体であり DE であると同定してみよう。それが凝縮していない相として DM を作るとすると、DE と DM を統一するすっきりした宇宙モデルが考えられる。

凝縮相の一樣モードに付随した負の圧力は宇宙の加速膨張を促すが、凝縮相の非一樣モードは負の圧力に由来した不安定性を持ち、急激に崩壊してボゾン星やブラックホールを作ってしまう。従来、このような不安定性は、観測から推測される密度のパワースペクトルと異なるので、議論から排除されてきた。しかし、非線形性の強い局所モードに関しては、むしろ重力よりもっと強い不安定性が必要である。例えば、観測から非常に早い時期からの天体形成が示唆され、この説明には標準  $\Lambda$ CDM 宇宙モデルではバイアスなどの余分な効果を必要とする。凝縮相の不安定性は局所的であるほど強いので、そのようなバイアス効果が自然に実現する。

ゆっくりした凝縮と急激な崩壊は、宇宙の歴史の中で何度も繰り返し起こるだろう。つまり DE としての凝縮体が宇宙の密度を担うほどになると崩壊し、質量はボゾン星やブラックホールに集中し、それらは DM として振舞う。再び徐々に凝縮が進行し、それが宇宙の密度を担うほどになるといっせいに崩壊する。このように DM と DE の割合がほぼ同じになるように自己臨界組織化が進行する。

一方局所的には、崩壊した凝縮体は開放された重力エネルギーが熱化し崩壊が溶ける。すると負圧が解消し再び膨張する。そして冷えたガスは引き続き凝縮し崩壊する。このように、何度も繰り返す崩壊の度に物質を吐き出し、結果として離散的なジェットを生成するだろう。

このようにマクロな宇宙も、ボーズ凝縮体の波動関数によって構成されるのである。つまり、ミクロからマクロにかけて量子力学が構造を支配することになる。

### II. 宇宙のボーズ凝縮機構

理想ガスに対する BEC [4] は、熱ドブロイ波長  $\lambda_{dB} \equiv \left( \frac{2\pi\hbar^2}{mkT} \right)^{1/2}$  が平均粒子間距離  $n^{-1/3}$  を超えたとき、つまり温度が臨界温度

$$T_C = \frac{2\pi\hbar^2 n^{2/3}}{m\zeta(3/2)} \quad (1)$$

以下で凝縮する。凝縮体の圧力  $P = \frac{2\sqrt{2}m^{3/2}}{3\pi^2\hbar^3}T^{5/2}$  は体積によらないという著しい性質がある。従って、引力は容易に負の圧力を生ずるであろう。さらに凝縮が起こるためには粒子数が保存し化学ポテンシャルが存在することが必要であり、 $T < m$  が要求される。このとき、宇宙密度の変化は、 $n_0, T_0$  をそれぞれある時期の宇宙の数密度、温度として、

$$n = n_0 \left( \frac{m}{2\pi\hbar^2 T_0} T \right)^{3/2} \quad (2)$$

となる。この振る舞い  $T \propto n^{2/3}$  は式 (1) と同じである。ここから条件、 $T < T_C$  はボソンの質量の上限を与える。たとえば、 $\rho_{now} = 9.44 \cdot 10^{-30} \text{ g/cm}^3$  ととれば  $m < 2 \text{ eV}$  である。

### III. 暗黒エネルギーの量子液体モデル

BEC のダイナミクスは、Gross-Pitaevskii 方程式 [5] に従う。これは非線形 Schrödinger 方程式の形をしている。

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + V\psi + g|\psi|^2 \psi. \quad (3)$$

ここで、 $\psi(\vec{x}, t)$  は凝縮体の波動関数、 $V(\vec{x})$  はポテンシャル、 $g = 4\pi\hbar^2 a/m$  であり、 $a$  は s-波散乱長である。波動関数を極分解  $\psi = \sqrt{n}e^{iS}$  して、速度を  $\vec{v} = \hbar \vec{\nabla} S/m$  で定義すると、方程式 (5) は確率に対する連続の式と流体の方程式

$$m \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{\nabla} \left( \frac{m v^2}{2} + V + gn - \frac{\hbar^2}{2m\sqrt{n}} \Delta \sqrt{n} \right) = 0 \quad (4)$$

となる。ただし、最後の項 ( $\propto \hbar^2$ ) は量子論起源である。この項は、揺らぎの波数モード  $k$  が  $k^2 < k_c^2 \equiv 2mgn/\hbar^2$  を満たす長波長なら無視できる。さらに、引力 ( $g < 0$ ) とすれば、BEC は負圧を持った流体として近似できる。一般化に、BEC は状態方程式  $p = -A\rho^\alpha$  の流体として振舞う。

まず最も簡単に、引力相互作用を持つ凝縮体の状態方程式を  $p = -\rho$  と設定しよう。この物質が一様に分布しているなら、その密度は宇宙膨張によっても変化しない。なぜなら、体積  $V$  の凝縮体を  $V + dV$  に変化させたときに、外から与えられる仕事は  $-pdV = \rho dV$  であり、同密度の凝縮体が新たに生成し増えた体積を満たすことができるからである。従って、宇宙の歴史の中で凝縮がゆっくり進行するモデルが考えられる。暗黒物質 (DM) としてのボーズガス密度を、暗黒エネルギー (DE) としての凝縮体のそれが上回ったとき、宇宙膨張は減速膨張から加速膨張に変化する。

初期に DM が宇宙密度を支配しているときには DE は一様でいられるが、凝縮が進行しひとたび DE 密度が DM 密度を上回ったときには、DE の非一様モードは著しく不安定で、すぐに崩壊する。実際、線形摂動論において、ゲージ不変量  $\Delta = \delta + (1+w) \frac{da}{dt} \frac{v-b}{k}$  の時間発展は

$$\Delta_k'' + (2 + \xi - 3(2w - c_s^2)) \Delta_k' = \left( \frac{3}{2} (1 - 6c_s^2 + 8w - 3w^2) - \left( \frac{kc_s^2}{aH} \right)^2 \right) \Delta_k \quad (5)$$

に従う。ここで、 $(\dots)' \equiv \frac{d(\dots)}{d \ln a}$  である。状態方程式  $p = -\rho$  を用いると、

$$w \equiv \frac{p}{\rho} = -1, c_s^2 \equiv \frac{\partial p}{\partial \rho} = -1, \xi \equiv \frac{(H^2)'}{2H^2} = 0 \quad (6)$$

であり、 $\Delta_k = \delta_k \equiv \delta\rho(k)/\rho$  なので、式 (5) は

$$\delta_k'' + 5\delta_k' = - \left( 6 - \left( \frac{k}{aH} \right)^2 \right) \delta_k \quad (7)$$

となる。これによると小スケールのモード ( $\tilde{k}^2 > 6H^2$ ) は  $\delta_k \propto \exp(t\tilde{k}/H)$  のように急激に成長するが、宇宙ホライズンスケールのモード ( $\tilde{k}^2 < 6H^2$ ) はゆっくり解消する。ここで、 $\tilde{k} \equiv k/a$  ( $\tilde{\lambda} \equiv a\lambda$ ) と定義した。小スケールモードの急激な成長は、音波が存在しないこと (つまり  $c_s^2 < 0$ ) に起因している。

一方、非線形段階においても状態方程式  $p = -\rho$  が成立する限り、凝縮体は不安定である。一様球対称な凝縮体を想定しよう。圧力勾配はこの球表面にのみ存在し、表面の密度を高める。この過程で、厚さ  $dr$  の境界面は  $4\pi r^2 dr (-p) = 4\pi r^2 dr \rho$  だけ仕事をされるが、これはこの境界面の物質密度である。この過程は、時刻  $t$  の球面半径を  $r_t$ 、 $m_t = \frac{4\pi}{3} (r_0^3 - r_t^3) \rho$  として、

$$\frac{d(m_t \gamma \dot{r})}{dt} = -4\pi r_t^2 \rho \quad (8)$$

となり、この解は漸近的に

$$\gamma = \sqrt{2}, \quad \dot{r} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (9)$$

となる。つまりほとんど光速で収縮崩壊する。

この崩壊は、ハイゼンベルグの不確定性が構造を支えるまで続く。そのような構造は、コンプトン波長  $\lambda_{comton} = \frac{2\pi\hbar}{mc} \approx 2R$  がシュバルツシルト半径より大きい条件  $R > 3 \left( \frac{2GM}{c^2} \right)$  から

$$M_{critical} \approx m_{pl}^2/m \equiv M_{KAUP} \quad (10)$$

となり、ボソン星として知られている。ハイゼンベルグの不確定性さえも支えられない場合にはブラックホールを形成するしかない。このように、コンパクト高密度な天体が多数生成して、一様分布していた凝縮体は解消する。

#### IV. DEの凝縮と崩壊 — 宇宙の自己臨界組織化

まず宇宙膨張の大局的な様子を考えよう。凝縮体、ボゾンガス、そして急激な崩壊によってできるコンパクト天体の密度をそれぞれ、 $\rho_c$ 、 $\rho_g$ 、 $\rho_l$  と記そう。これらの時間発展は

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_c + \rho_g + \rho_l, \quad H \equiv \frac{\dot{a}}{a} = \sqrt{\frac{8\pi G \rho}{3}} \\ \dot{\rho}_c &= \Gamma \rho_g, \quad \dot{\rho}_g = -3H \rho_g - \Gamma \rho_g, \quad \dot{\rho}_l = -3H \rho_l \end{aligned} \quad (11)$$

に従う。

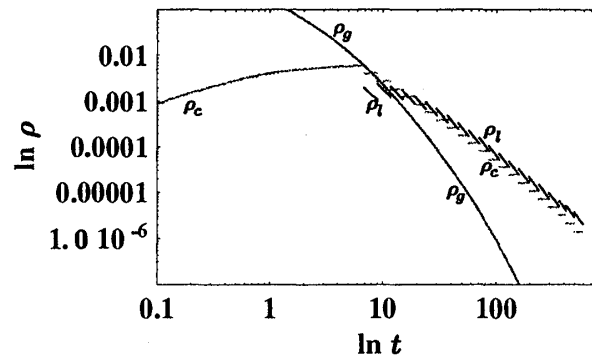


FIG. 1: 密度  $\rho_c$ 、 $\rho_g$ 、 $\rho_l$  の時間発展。  $8\pi G/3 = 1$  の単位で  $\Gamma = 0.1$  としている。また  $\rho_c$  から  $\rho_l$  への変化割合を  $1/3$  としている。凝縮・崩壊の 22 サイクル後、スケール因子はおおよそ 200 倍になっている。DE( $\rho_c$ ) と DM( $\rho_g + \rho_l$ ) の比率は自律的に 1 になっていく。

この方程式は DE が DM 密度を超えないとき  $\rho_c < \rho_g + \rho_l$  有効である。およそ  $\Gamma^{-1}$  の時間後ひとたび  $\rho_c > \rho_g + \rho_l$  となったときには、非一様モードが急激に崩壊して  $\rho_c$  のうち何割かが  $\rho_l$  に変化する。そして条件  $\rho_c < \rho_g + \rho_l$  が成立し宇宙は再び式 (11) に従って凝縮がゆっくり進む。再び時間  $\Gamma^{-1}$  の後、急激な崩壊が起きる。このように DE( $\rho_c$ ) と DM( $\rho_g + \rho_l$ ) により自律的にそれらの比率が決まっていき、最終的に  $\rho_c \approx \rho_g + \rho_l$  に落ち着く (図 1)。このような自律秩序形成は一般に自己臨界組織化と呼ばれ自然界に広く観測されている [6]。

このような自己臨界組織化した後では、 $\rho_c = \rho_g + \rho_l$  と近似してよいであろう。すると、アインシュタイン方程式を解いて、

$$a(t) \propto t^{4/3}, \quad \rho(t) \propto a(t)^{-3/2} \quad (12)$$

を得る。これは減速パラメーター  $q = -\ddot{a}a^{-2} = -1/4$  の、加速膨張になる。

## V. 観測との比較

このモデルによって予言されること、そしてその観測との比較は以下のとおりである。

ボゾン星やブラックホールなどコンパクト天体が多数形成し、これらを重力源としてバリオンが凝集して光り出す。

銀河中に巨大なブラックホールが必ず存在する。凝縮体がシュバルツシルト半径ほどに縮んだとき、その温度は  $NT \approx GM^2/R$  と  $R \approx GM$  から、

$$T \approx \frac{GM}{R} m \approx m \quad (13)$$

となり、相対論的になって凝縮は解消し、正の圧力となってバウンスする。また冷却して再び崩壊に向かう。この振動を繰り返し、系の角運動量と平行に物質が何度も放出されるだろう。これは銀河からのジェットとして観測されるが、ジェットは必然的に離散的になることが予言される。

天体形成が重力だけによってゆっくり進行するのでなく、時間  $\Gamma^{-1}$  の程度で凝縮する DE の不安定性によって急激に生成するので、通常仮定されるバイアスなどの機構は不要になる。さらに、星形成に関連した非常に初期の宇宙再イオン化が実現するだろう。

この宇宙モデルの詳細は別に議論しよう [7]。最後に、この宇宙モデルと、最近のアルカリ金属における負圧のボーズ凝縮とその崩壊、とのアナロジー [8][9] は示唆的で有用であろう。特に、ここで述べた宇宙でのダイナミクスのほとんどが実験室でまさに実現していることは大変興味深い。

- 
- [1] <http://map.gsfc.nasa.gov/>
  - [2] Riess A. et al, *Astron. J.* 116, 1009 (1998).  
Perlmutter S. et al, *Ap. J.* 517, 565 (1999).
  - [3] Scott Dodelson, *Modern Cosmology* Academic Press London 2003.
  - [4] J. O. Andersen, arXiv:cond-mat/0305138 (2003).
  - [5] P. Meystre, *Atom Optics*, Springer-Verlag, New York (2001).
  - [6] Maya Paczuski, and Per Bak, arXiv:cond-mat/9906077.
  - [7] M. Nishiyama, M. Morita, and M. Morikawa, arXiv:astro-ph/0403571.
  - [8] J.M. Gerton, D. Strekalov, I. Prodan and R.G. Hulet, *Nature (London)* **408** (2000 Dec 7), 692.  
S.L. Cornish, R.R. Claussen, J.L. Roberts, E.A. Cornell and C.E. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000) 1795.  
E.A. Donley, R.R. Claussen, S.L. Cornish, J.L. Roberts, E.A. Cornell and C.E. Wieman, *Nature (London)* **412** (2001 July 19), 295.
  - [9] H. Saito and M. Ueda, *Phys. Rev. A* **65** (2002) 033624.